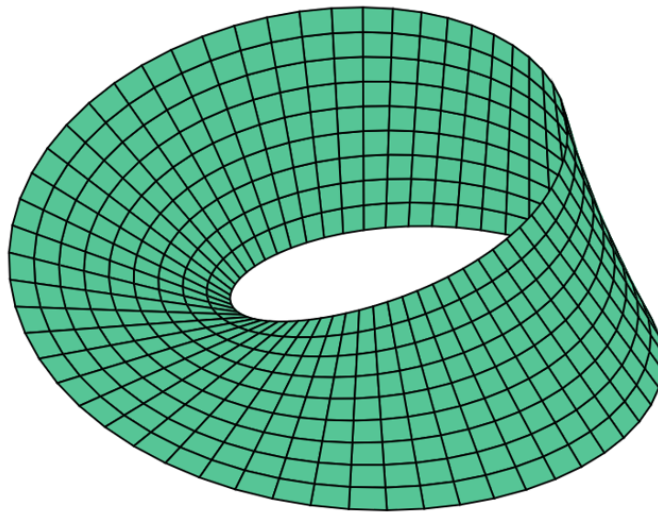


Cálculo. Tema 1

ETSII- GITI

EJERCICIO PROPUESTO N^º 5



Academia M²¹



Puedes ver el ejercicio resuelto en nuestro canal de YouTube
o entrando en nuestra página web: Academia-M21

Ejercicio 5

Demostrar por inducción la desigualdad de Bernuilli:

Si $x > -1$ y $n \in \mathbb{N}$, se cumple que $(1+x)^n \geq 1+nx$

Solución 1. :

Demostramos la fórmula por inducción

- Para $n = 1$ es evidente que se cumple

$$1+x \geq 1+x$$

- Probamos que si se cumple para n también se cumple para $n+1$

$$\begin{aligned}(1+x)^{n+1} &= (1+x)^n(1+x) \geq \\ &\geq (1+nx)(1+x) = 1+nx+x+nx^2 = 1+(n+1)x+nx^2 \\ &> 1+(n+1)x\end{aligned}$$

donde hemos utilizado que $nx^2 \geq 0$. Además, como $x > -1 \iff 1+x > 0$ entonces aseguramos que cuando hacemos el paso

$$(1+x)^n(1+x) \geq (1+nx)(1+x)$$

la desigualdad no cambia de sentido.